

| | | | |
|--|-------------------------------|---------------------------|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته | ساعت شروع : ۸ صبح | نام و نام خانوادگی : | رشته : ریاضی فیزیک |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه : ۲ | تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۷ | مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی | | |

| ردیف | سؤالات پاسخ نامه دارد | نمره |
|------|-----------------------|------|
|------|-----------------------|------|

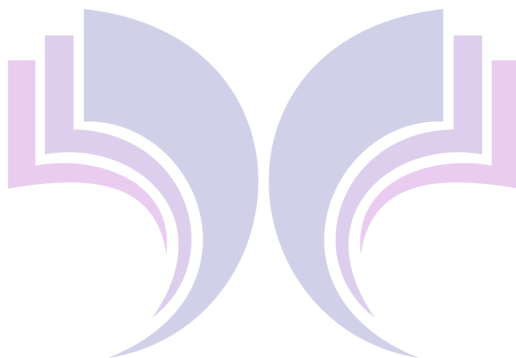
| | | |
|----|--|------|
| ۱ | ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است. | ۱ |
| ۲ | درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a \mid b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m \mid b^n$. ب) اگر $a \mid b$ آن گاه $(a, b) = a$. پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $a^m x \equiv b^m$ صدق کند. | ۱ |
| ۳ | اگر $a > 1$ ، $a \mid 9k + 4$ و $a \mid 5k + 3$ ، ثابت کنید a عددی اول است. | ۱ |
| ۴ | اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a + 2$ یا $a + 4$ بر ۳ بخش پذیر است. | ۱/۵ |
| ۵ | اگر دو عدد $(3a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید. | ۱ |
| ۶ | معادله سیاله $5x + 2y = 18$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید. | ۱/۵ |
| ۷ | با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف \bar{G} را تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید. | ۲/۲۵ |
| ۸ | گراف G ، ۳- منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید. | ۱/۲۵ |
| ۹ | عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. | ۱/۵ |
| ۱۰ | در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد. | ۱ |
| ۱۱ | می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟ | ۱ |
| ۱۲ | کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند. | ۱ |

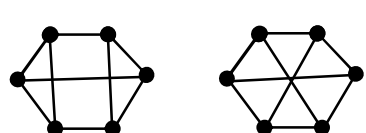
« بقیه سؤالات در صفحه دوم »

| | | | |
|--|-------------------|---------------------------|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته | ساعت شروع : ۸ صبح | نام و نام خانوادگی : | رشته : ریاضی فیزیک |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه : ۲ | تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۷ | مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی | | | |

| | | |
|------|-----------------------|------|
| ردیف | سوالات پاسخ نامه دارد | نمره |
|------|-----------------------|------|

| | | |
|----|--|-------------|
| ۱۳ | معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟ | ۱/۵ |
| ۱۴ | الف) تمام مربع های لاتین 2×2 را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید. | ۱/۲۵ |
| ۱۵ | در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟ | ۱/۵ |
| ۱۶ | حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟ | ۰/۷۵ |
| | "موفق باشید" | جمع نمره ۲۰ |



| | | | | | | | |
|--|--|--|--|-------------------------------|--|-----------------------|--|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | | رشته: ریاضی فیزیک | | ساعت شروع: ۸ صبح | | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | | | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷ | | | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰ | | | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی | | | |
| ردیف | | راهنمای تصحیح | | | | | |
| ۱ | | فرض کنیم r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r+x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف: فرض کنیم $r+x$ گویا باشد. $(۰/۲۵)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(۰/۲۵) r+x-r \in \mathbb{Q}$ یعنی $x \in \mathbb{Q}$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۵) | | | | | |
| ۲ | | الف) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) پ) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ب) نادرست $(۰/۲۵)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) نادرست $(۰/۲۵)$ (تعریف صفحه ۲۴) | | | | | |
| ۳ | | $(۰/۲۵) \Rightarrow a 27-20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a=7 \in P$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) \Rightarrow a 9(5k+3)-5(9k+4) \Rightarrow a 9(5k+3)-45k-20$ (مشابه مثال صفحه ۱۲) | | | | | |
| ۴ | | طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a=3k$ که بر ۳ بخش‌پذیر است. $(۰/۲۵)$ یا $(۰/۲۵) \Rightarrow a+2=3(k+1) \Rightarrow a=3k+1$ یا $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) \Rightarrow a+4=3(k+2) \Rightarrow a=3k+2$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش‌پذیر هستند. $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵) | | | | | |
| ۵ | | $(۰/۲۵) \Rightarrow r=4$ $(۰/۲۵) \Rightarrow 9a+6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{10}$ $(۰/۲۵) \Rightarrow 4a-7 \equiv 3a-5 \pmod{10}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹) | | | | | |
| ۶ | | $(۰/۲۵) \Rightarrow 5x+2(5k+4)=18 \Rightarrow y=5k+4$ $(۰/۲۵) \Rightarrow y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{5} \xrightarrow{(2,5)=1} 2y \equiv 18 \pmod{5}$ $\Rightarrow x=-2k+2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) | | | | | |
| ۷ | | الف) $abgc$ $(۰/۵)$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) پ) ۵ $(۰/۲۵)$ (مسأله صفحه ۳۸) ب) $bc d g b$ $(۰/۵)$ (تعریف دور صفحه ۳۸) ت) خیر $(۰/۲۵)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(۰/۵)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f) = \{\}$ $(۰/۲۵)$ (مشابه مثال صفحه ۳۶) | | | | | |
| ۸ | | $(۰/۲۵) \Rightarrow p=6$ $(۰/۲۵) \Rightarrow \frac{3p}{2} = 2p-3 \Rightarrow q=2p-3$ $(۰/۲۵)$ به یکی از دو گراف زیر $(۰/۵)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲) | | | | | |
| ۹ | | طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 2$ $\left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 2$ $(۰/۵)$ از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(۰/۵)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(۰/۲۵)$. بنابراین $\gamma(G) = 2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه فعالیت ۱ صفحه ۵۰) | | | | | |
| ۱۰ | | $D = \{a, e, c, h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسأله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶) | | | | | |
| ۱۱ | | در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ | | | | | |
| ۱۲ | | الف) $6! \times 2!$ $(۰/۵)$ ب) $2! \times 5!$ $(۰/۵)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷) | | | | | |
| ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|----|--|--|-------------------------------|--|-----------------------|--|------|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|------|--|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | | رشته: ریاضی فیزیک | | ساعت شروع: ۸ صبح | | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | | | | | | | | | | | | | | | |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | | | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰ | | | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ردیف | | راهنمای تصحیح | | | | | | نمره | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | | <p>$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) , $y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$y_1 + 3 + x_4 + x_5 + y_4 + 4 + x_8 = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_4 + x_5 + y_4 + x_8 = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \mathcal{C} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۰/۵)</p> <p>(مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)</p> | | | | | | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | | <p>الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم.</p> <p>ب)</p> <table><tr><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr></table> <p>(۰/۲۵)</p> <p>متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی</p> <p>تکراری داریم. (۰/۲۵) (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)</p> <table><tr><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td></tr></table> <p>(۰/۲۵)</p> <table><tr><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td></tr></table> <p>(۰/۲۵)</p> | | | | | | ۱۲ | ۲۱ | ۲۱ | ۱۲ | ۱ | ۲ | ۲ | ۱ | ۲ | ۱ | ۱ | ۲ | ۱/۲۵ | |
| ۱۲ | ۲۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۱ | ۱۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | | <p>$A = \{1 \leq n \leq 200 n = 4k\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A = \left[\frac{200}{4} \right] = 50$ (۰/۲۵) , $B = \{1 \leq n \leq 200 n = 7k\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 n = 28k\}$ $\Rightarrow A \cap B = \left[\frac{200}{28} \right] = 7$ (۰/۲۵)</p> <p>$A \cap B' = A - A \cap B$ (۰/۲۵) $= 50 - 7 = 43$ (۰/۲۵)</p> <p>(سوال ۲ صفحه ۸۳)</p> | | | | | | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۶ | | <p>$k+1=20 \Rightarrow k=19$ (۰/۲۵) , $\underbrace{kn+1=19 \times 7 + 1}_{(۰/۲۵)} = 134$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مثال صفحه ۸۲)</p> | | | | | | ۰/۷۵ | | | | | | | | | | | | | |
| جمع نمره | | ۲۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»