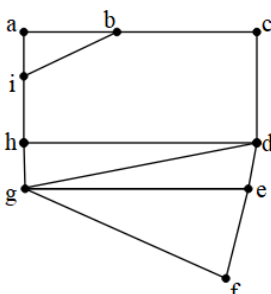


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱	جملات زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید. الف) اگر $a, b$ دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $27 b, 9a b$ آنگاه $a = \dots$ است. ب) اگر در گراف $G$ از مرتبه ۷ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر با ..... است. پ) مجموع درایه های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ۴ برابر با ..... است.	۰/۷۵
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد ب) اگر $\alpha, \beta$ دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ عددی گنگ است. پ) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر با ۱۵ است.	۰/۷۵
۳	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a 3m - 4, 2a 5m - 2$ جوابهای صحیح $a$ را مشخص کنید؟ $(m \in \mathbb{Z})$	۱/۵
۴	اگر $m, n$ دو عدد طبیعی و $a, b$ دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ نشان دهید، $a^n \equiv b^n$ .	۱
۵	برای دو عدد حقیقی $x, y$ نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$	۱/۲۵
۶	اگر $a, b$ دو عدد صحیح باشند و $5ab$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است.	۱/۲۵
۷	شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتاب های ۹ امتیازی او چندتاست؟	۱/۵
۸	گراف $G$ با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم: $N_G(d) = \{a, b, c\}, N_G(c) = \{d, b\}, N_G(b) = \{a, d, c\}$ الف) گراف $G$ را رسم کنید. ب) یک دور به طول ۴ از گراف $G$ بنویسید. پ) دو زیر گراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف $G$ رسم کنید. ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید.	۲
۹	مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یال های گراف $G$ اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می شود. مرتبه گراف $G$ چقدر است؟	۱

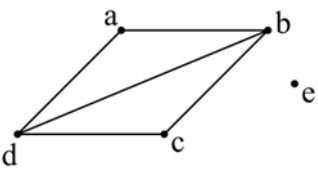
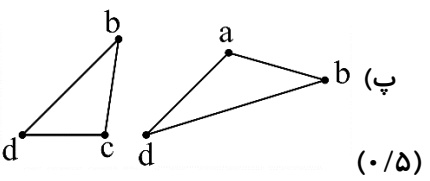
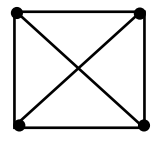
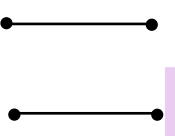
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه : ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱۰	یک گراف ۴ راسی غیر تهی $k$ - منتظم رسم کنید که : (الف) $k$ بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (ب) $k$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۱	(الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی از گراف مقابل را بنویسید. (ب) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید.	۱/۵
		
۱۲	به چند طریق می توان ۶ نفر را در سه اتاق ۱، ۲، ۳ نفره اسکان داد؟	۰/۷۵
۱۳	معادله $x_1 + 2\sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	(الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را $A$ بنامید. (ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین $A$ بسازید و آن را $B$ بنامید. (پ) آیا $A, B$ متعامدند؟ چرا؟	۱
۱۵	در بین اعداد مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۴ بخش پذیر نباشند.	۱/۵
۱۶	۱۳ نقطه درون یک مستطیل $4 \times 3$ قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۵
موفق باشید		جمع نمره
صفحه ۲ از ۲		۲۰

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $a=3$ (۰/۲۵)      ب) $\Delta(G)=6$ (۰/۲۵)      پ) $10$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
۲	الف) (۰/۲۵) درست      ب) (۰/۲۵) نادرست      پ) (۰/۲۵) نادرست	۰/۲۵
۳	$2a \mid 5m-2 \xrightarrow{\times 3} 2a \mid 15m-6 \quad - \quad \Rightarrow 2a \mid 14 \quad (0/25) \rightarrow a \mid 7 \quad (0/25)$ $2a \mid 3m-4 \xrightarrow{\times 5} 2a \mid 15m-20 \quad (0/25)$ $\Rightarrow a = \pm 1, \pm 7 \quad (0/5)$	۱/۵
۴	$a \equiv b \Rightarrow m \mid a-b \quad (0/25) \Rightarrow m \mid (a-b)(a^{n-1}+ba^{n-2}+\dots+b^{n-1}) \quad (0/5) \Rightarrow m \mid a^n-b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n \quad (0/25)$	۱
۵	$3x^2+y^2 \geq 6x-3 \Leftrightarrow 3x^2-6x+3+y^2 \geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow 3(x-1)^2+y^2 \geq 0 \quad (0/5)$ <p>نامساوی همواره برقرار است. (۰/۲۵) ( ذکر برگشت پذیر بودن نامساویها (۰/۲۵) )</p>	۱/۲۵
۶	$5ab \Rightarrow ab \quad \text{فرد} \quad (0/25) \Rightarrow a, b \quad \text{هر دو فرد} \quad (0/25) \Rightarrow (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 =$ $4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 2 \left( \underbrace{2k^2 + 2k + 2k'^2 + 2k' + 1}_q \right) \quad (0/5)$ $a^2 + b^2 = 2q \quad (0/25)$	۱/۲۵
۷	<p>روش اول :</p> $7x+9y=183 \rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \quad (0/25) \xrightarrow{+18} 7x \equiv 21 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 3 \quad (0/25)$ $\Rightarrow x=9k+3 \quad (0/25) \Rightarrow 7(9k+3)+9y=183 \quad (0/25) \rightarrow y=18-7k \quad (0/25)$ <p>حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی (۰/۲۵) <math>k=0 \Rightarrow y=18</math></p> <p>روش دوم :</p> $7x+9y=183 \rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \quad (0/25) \xrightarrow{+35} 9y \equiv 36 \xrightarrow{\div 9} y \equiv 4 \quad (0/25)$ $\Rightarrow y=7k+4 \quad (0/25) \Rightarrow 7x+9(7k+4)=183 \quad (0/25) \rightarrow x=21-9k \quad (0/25)$ <p>حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی (۰/۲۵) <math>k=2 \Rightarrow y=18</math></p>	۱/۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>(الف) (۰/۵)</p>  <p>(ب) abcd (۰/۵)</p>  <p>(ت) (۰/۵) <math>4 + 5 = 9</math></p>	۲
۹	$2q = 24 \quad (0/25) \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \quad (0/5) \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6 \quad (0/25)$	۱
۱۰	<p>(الف) (۰/۵)</p>  <p>(ب) (۰/۵)</p> 	۱
۱۱	<p>(الف) (۰/۵) <math>D = \{e, b, h\}</math> (به مجموعه های مینیمال سه عضوی دیگر با هم تعلق گیرد)</p> <p>(ب) (۰/۵) <math>\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{4+1} \right\rceil = 2</math> (لذا عدد احاطه گری بزرگتر یا مساوی ۲ است. از طرفی مجموعه <math>D = \{g, b\}</math> (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است. پس: <math>\gamma(G) = 2</math> (۰/۲۵))</p>	۱/۵
۱۲	<p>روش اول: <math>\frac{6! \cdot (0/25)}{2! \cdot (0/25) \times 3! \cdot (0/25)} = 60</math></p> <p>روش دوم: <math>\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} = 60</math> (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۱۳	<p><math>x_r = 0 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 5 \quad (0/25) \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21 \quad (0/25)</math></p> <p><math>x_r = 1 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 3 \quad (0/25) \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10 \quad (0/25)</math></p> <p><math>x_r = 4 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 1 \quad (0/25) \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \quad (0/25)</math></p> <p><math>21 + 10 + 3 = 34 \quad (0/25)</math></p>	۱/۷۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	<p>الف) <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 4 \\ 4 &amp; 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 3 &amp; 4 &amp; 1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 3 &amp; 4 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>B = \begin{pmatrix} 4 &amp; 3 &amp; 2 &amp; 1 \\ 1 &amp; 4 &amp; 3 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 &amp; 4 &amp; 3 \\ 3 &amp; 2 &amp; 1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow</math> <math>\begin{pmatrix} 14 &amp; 23 &amp; 32 &amp; 41 \\ 41 &amp; 14 &amp; 23 &amp; 32 \\ 32 &amp; 41 &amp; 14 &amp; 23 \\ 23 &amp; 32 &amp; 41 &amp; 14 \end{pmatrix}</math></p> <p>پ) خیر - (۰/۲۵) زیرا مربع لاتین ادغام شده، دارای درایه های تکراری است. (۰/۲۵)</p>	۱
۱۵	<p><math>A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 n\} \Rightarrow  A  = \left\lfloor \frac{400}{6} \right\rfloor = 66</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>B = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 n\} \Rightarrow  B  = \left\lfloor \frac{400}{4} \right\rfloor = 100</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 12 n\} \Rightarrow  A \cap B  = \left\lfloor \frac{400}{12} \right\rfloor = 33</math> (۰/۵)</p> <p><math> A \cap B  =  S  - ( A  +  B  -  A \cap B )</math> (۰/۲۵) <math>= 400 - (66 + 100 - 33) = 267</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۶	<p>مستطیل را به ۱۲ خانه مربع شکل <math>1 \times 1</math> تقسیم می کنیم (۰/۲۵).</p> <p>۱۳ نقطه را تعداد کبوترها (۰/۲۵) و ۱۲ خانه را تعداد لانه ها (۰/۲۵)</p> <p>در نظر می گیریم. بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) چون تعداد کبوترها از یک برابر تعداد لانه ها ۱ واحد بیشتر است، لذا خانه ی وجود دارد که شامل بیش از یک کبوتر است. در هر خانه مربع شکل حداکثر فاصله نقاط برابر قطر مربع یعنی <math>\sqrt{2}</math> است. <math>AB &lt; d = \sqrt{2}</math> (۰/۵)</p>	۱/۵
	جمع	۲۰