

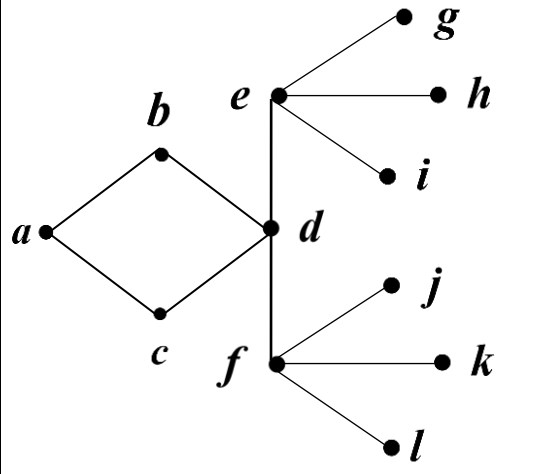
سؤالات آزمون نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۹ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.</p> <p>ب) برای اعداد صحیح a، b و c که $a \neq 0$، اگر $a \mid b+c$ آن گاه $a \mid b$ یا $a \mid c$</p> <p>ج) معادله هم نهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $(a, m) \mid b$.</p> <p>د) اگر داشته باشیم $(a, b) = 1$ آن گاه می گوییم؛ a و b نسبت به هم اول اند.</p>	۱
۲	<p>برای هر دو عدد حقیقی x و y، به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) نشان دهید:</p> $2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$	۱/۲۵
۳	<p>به روش برهان خلف نشان دهید؛ اگر a عدد صحیح فرد باشد و $a+2 \mid b$، آن گاه b نیز عددی فرد است.</p>	۱
۴	<p>اگر عددی مانند k در \mathbb{Z} باشد به طوری که $7 \mid 2k+1$، ثابت کنید:</p> $49 \mid 4k^2 - 10k - 6$	۱/۲۵
۵	<p>باقی مانده تقسیم عدد $A = 63^{14} + 1$ را بر ۱۶ به دست آورید.</p>	۱
۶	<p>معادله هم نهشتی $1402x \equiv 11^9$ را حل کنید.</p>	۱/۵
۷	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف می گوییم.</p> <p>ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی است.</p> <p>ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر است.</p> <p>د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گراف می گوییم.</p>	۱
۸	<p>گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید.</p> <p>ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.</p> <p>ج) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید.</p> <p>د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید.</p> <p>ه) حاصل عبارت $q(\bar{G}) + \deg_{\bar{G}}(g)$ را به دست آورید.</p>	۲/۵
	«ادامه سؤالات در صفحه دوم»	

سؤالات آزمون نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۹ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۹	<p>گراف زیر را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.</p> <p>ج) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.</p>	<p>۲/۵</p> 
۱۰	چهار برادر و سه خواهر می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنارهم قرار بگیرند، آن‌گاه این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟	۱
۱۱	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱ و ۱ چند کد ۸ رقمی می‌توان نوشت؟	۰/۷۵
۱۲	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_2 = 4$ و $x_4 \geq 3$ باشد؟	۱/۵
۱۳	ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.	۱/۵
۱۴	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ($1 \leq n \leq 500$) چند عدد وجود دارد که برهیچ یک از اعداد ۴ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱/۲۵
۱۵	یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، حداقل ۳ صندلی هم رنگ و هم مدل ساخته است؟	۱
	« پیروز و سربلند باشید.»	جمع بارم
		۲۰

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ص ۵) ب) نادرست (۰/۲۵) (ص ۱۱) ج) درست (۰/۲۵) (ص ۲۵) د) درست (۰/۲۵) (ص ۱۳)	۱
۲	$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{(0/25)} + \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(0/25)} \geq 0 \quad (8 \text{ ص})$ $\Leftrightarrow \underbrace{(x+y)^2}_{(0/25)} + \underbrace{(x-2)^2}_{(0/25)} \geq 0$ <p>این رابطه همواره برقرار است (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۳	$b = 2k, b \mid a+2 \Rightarrow \underbrace{a+2 = bq}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 2t}_{(0/25)}$ <p>که با فرض سوال در تناقض است. (۰/۲۵) (ص ۱۶)</p>	۱
۴	$7 \mid 2k+1 \Rightarrow \begin{cases} 49 \mid 4k^2 + 4k + 1 \\ 49 \mid 14k + 7 \end{cases} \Rightarrow 49 \mid 4k^2 - 10k - 6 \quad (16 \text{ ص})$	۱/۲۵
۵	$\underbrace{63 \equiv -1}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{63^{14} \equiv 1}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{A \equiv 2}_{(0/25)} \Rightarrow r = 2 \quad (21 \text{ ص})$	۱
۶	$\underbrace{(1+4+0+2)x \equiv 1+1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{7x \equiv 2}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{7x \equiv -7}_{(0/25)}$ $\underbrace{(7,9)=1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{x \equiv -1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{x = 9k - 1}_{(0/25)}$	۱/۵
۷	الف) همبند (۰/۲۵) (ص ۳۹) ب) زوج (۰/۲۵) (ص ۴۰) ج) $p-1$ (۰/۲۵) (ص ۴۲) د) k -منتظم (۰/۲۵) (ص ۳۵)	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>(ص ۳۶) ج) $N_G[c] = \{a, c, d, e\}$ (۰/۵)</p> <p>(ص ۳۹) ب) $2q = 12$ (۰/۵)</p> <p>(ص ۳۵) الف) $p = 7, q = 6$ (۰/۵)</p> <p>(ص ۳۸) د) $acefa$ (۰/۵)</p> <p>(ص ۳۸) $q(\bar{G}) + d_{\bar{G}}(g) = 15 + 6 = 21$ (۰/۵)</p>	۲/۵
۹	<p>(ص ۴۹) (*) $\gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{p}{\Delta + 1} \right\rfloor \Rightarrow \gamma(G) \geq 3$ (۰/۲۵)</p> <p>الف) از طرفی $A = \{a, e, f\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۵) بنا به رابطه (*) پس: $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}$ (۰/۵)</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶)</p> <p>ج) $C = \{a, e, f, b\}$ (۰/۵)</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر چهار عضوی غیر مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)</p>	۲/۵
۱۰	(ص ۷۲) $3! \times 4! \times 2! = 288$ (۱)	۱
۱۱	(ص ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۲	<p>(ص ۶۱) $x_1 + x_3 + x_5 = 8$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_5 - 3 = y_5 \Rightarrow x_1 + x_3 + y_5 = 5 \Rightarrow \binom{7}{2} = 21$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۵)</p>	۱/۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۱۳	<p>نوشتن شرط متعامد بودن (۰/۵)</p> <table> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <table> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <p>هر کدام از مربع های لاتین (۰/۵) (ص ۶۴ و ص ۶۵)</p>	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۱/۵
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۱۴	<p>(ص ۷۵)</p> $ A = \left[\frac{500}{5} \right] = 100, \quad B = \left[\frac{500}{4} \right] = 125, \quad A \cap B = \left[\frac{500}{20} \right] = 25$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $ \overline{A \cap B} = \overline{A \cup B} = 500 - (100 + 125 - 25) = 300$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵																		
۱۵	<p>(ص ۸۲)</p> $k+1=3 \Rightarrow k=2, \quad n=3 \times 4=12 \Rightarrow kn+1=12 \times 2+1=25$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۱																		
جمع نمره		۲۰																		