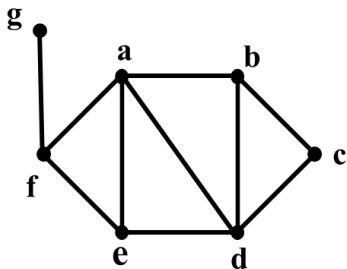


| | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|---------------------------|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته | ساعت شروع : ۸ صبح | نام و نام خانوادگی : | رشته : ریاضی فیزیک |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه : ۲ | تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۳/۲۱ | مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | | | |

| | | |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ردیف | سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) | نمره |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|

| | | |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+2, 3m+1)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه گری P_1 برابر عدد ۳ است. | ۱ |
| ۲ | جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در یک گراف از مرتبه p ، اگر $\gamma(G)=1$ باشد، در این صورت حداقل تعداد یالها برابر است. ب) در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر است. ج) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است. | ۱/۵ |
| ۳ | اگر x, y و z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$ | ۰/۷۵ |
| ۴ | اگر $a \mid m+3$ و $a \mid m+7$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟ | ۱ |
| ۵ | باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل) | ۱/۵ |
| ۶ | در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می باشد؟ (با راه حل) | ۱/۲۵ |
| ۷ | به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل) | ۱ |
| ۸ | گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف \overline{G} (مکمل گراف G) را مشخص کنید. | ۰/۷۵ |



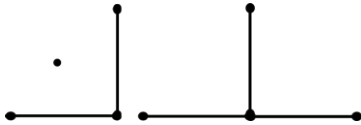
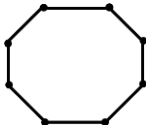
« بقیه سؤالات در صفحه دوم »

| | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|---------------------------|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته | ساعت شروع : ۸ صبح | نام و نام خانوادگی : | رشته : ریاضی فیزیک |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه : ۲ | تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۳/۲۱ | مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | | | |

| | | |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ردیف | سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) | نمره |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|

| | | |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| ۹ | <p>گراف زیر را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.</p> <p>ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه گری گراف ۲ خواهد شد؟</p> | ۱/۵ |
| ۱۰ | <p>الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد.</p> <p>ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد.</p> | ۱ |
| ۱۱ | <p>الف) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.</p> <p>ب) این گراف چند γ-مجموعه دارد؟</p> | ۱/۷۵ |
| ۱۲ | <p>اگر داشته باشیم $A = \{۷, ۸, ۹\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کارکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟</p> | ۰/۷۵ |
| ۱۳ | معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟ | ۱/۷۵ |
| ۱۴ | قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید. | ۱/۵ |
| ۱۵ | چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخ نهایی نمی باشد) | ۱/۵ |
| ۱۶ | حداقل افراد شرکت کننده در یک همایش چند نفر باشند، تا با اطمینان بتوان گفت که ۵ نفر از آن ها در یک ماه متولد شده اند و رقم یکان کد ملی آنها زوج است. | ۱/۵ |
| | "موفق باشید" | جمع نمره |

| | | | |
|---------------------------------------------------------------------------|-------------------|--------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | رشته: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱ | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | | | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳) | ۱ |
| ۲ | الف) $p-1$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) ب) ۴ (۰/۵) (صفحه ۶۳) ج) $\frac{5!}{2!} = 60$ (۰/۵) (صفحه ۷۸) | ۱/۵ |
| ۳ | (صفحه ۸) (۰/۲۵) همواره بدیهی است $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 + z^2 + 1 \geq 0$ (۰/۲۵) | ۰/۷۵ |
| ۴ | (صفحه ۱۱) $\begin{cases} a 2m+3 \\ a m+7 \end{cases} \xrightarrow[\text{(۰/۲۵)}]{\times 2} \begin{cases} a 2m+3 \\ a 2m+14 \end{cases} \xrightarrow[\text{(۰/۲۵)}]{} a 11 \rightarrow a=1, a=11$ (۰/۵) | ۱ |
| ۵ | (صفحه ۱۶) $\begin{cases} a=5q_1+4 \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{\times 4} 4a=20q_1+16 \text{ (۰/۲۵)} \\ a=4q_2+3 \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{\times 5} 5a=20q_2+15 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$ $\xrightarrow{-} a=20q'-1 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow a=20q''+19 \text{ (۰/۲۵)}$ | ۱/۵ |
| ۶ | (صفحه ۲۸) $15x \equiv 7 \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{19} 15x \equiv 45 \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{(15,19)=1} x \equiv 3 \text{ (۰/۲۵)}$ $\rightarrow x=19k+3 \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{k=5} x=98 \text{ (۰/۲۵)}$ | ۱/۲۵ |
| ۷ | (صفحه ۴۰) $\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \text{ (۰/۲۵)} \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 \text{ (۰/۵)}$ | ۱ |
| ۸ | الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) ب) $abdefa$ یا $abcdea$ (۰/۲۵) ج) ۴ (۰/۲۵) (صفحه ۴۱) | ۰/۷۵ |
| ۹ | الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) ج) fh (۰/۵) (صفحه ۴۷) در قسمت الف و ب به مجموعه های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. | ۱/۵ |
| ۱۰ | الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳) | ۱ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----|--------------------------|--|-----------------------|------|---|---|---|------|---|---|---|--------|---|---|---|--------|---|---|---|--|---|---|---|------|---|---|---|--------|---|---|---|--------|---|---|---|--|---|---|---|------|----|----|----|--------|----|----|----|--------|----|----|----|-----|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | | رشته: ریاضی فیزیک | | ساعت شروع: ۸ صبح | | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | | | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ردیف | راهنمای تصحیح | | | | | | نمره | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | <p>الف) می‌دانیم $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left\lfloor \frac{8}{5+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی مجموعه ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است)</p> <p>یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف (G) می‌باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) ۳ (۰/۵) (فعالیت صفحه ۵۰)</p> | | | | | | ۱/۷۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | <p>(صفحه ۷۱) $\binom{3}{2} \times \binom{6}{4} \times 6!$ (۰/۷۵)</p> | | | | | | ۰/۷۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | <p>(صفحه ۷۱)</p> $\begin{cases} x_f = 0 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 10 \xrightarrow{(0/25)} \binom{12}{2} = 66 \quad (0/25) \\ x_f = 1 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 8 \xrightarrow{(0/25)} \binom{10}{2} = 45 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow 66 + 45 = 111 \quad (0/25)$ | | | | | | ۱/۷۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | <p>(صفحه ۷۲)</p> <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> <p>و</p> <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr></table> <p>→</p> <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>شنبه</td><td>۱۱</td><td>۲۳</td><td>۳۲</td></tr><tr><td>یکشنبه</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۱</td><td>۱۳</td></tr></table> <p>(۰/۵) (۰/۵) (۰/۵)</p> <p>به مربع های لاتین متعامد صحیح دیگر نمره تعلق بگیرد</p> | | | | | | | a | b | c | شنبه | ۱ | ۲ | ۳ | یکشنبه | ۳ | ۱ | ۲ | دوشنبه | ۲ | ۳ | ۱ | | a | b | c | شنبه | ۱ | ۳ | ۲ | یکشنبه | ۳ | ۲ | ۱ | دوشنبه | ۲ | ۱ | ۳ | | a | b | c | شنبه | ۱۱ | ۲۳ | ۳۲ | یکشنبه | ۳۳ | ۱۲ | ۲۱ | دوشنبه | ۲۲ | ۳۱ | ۱۳ | ۱/۵ |
| | a | b | c | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| شنبه | ۱ | ۲ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| یکشنبه | ۳ | ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| دوشنبه | ۲ | ۳ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | a | b | c | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| شنبه | ۱ | ۳ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| یکشنبه | ۳ | ۲ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| دوشنبه | ۲ | ۱ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | a | b | c | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| شنبه | ۱۱ | ۲۳ | ۳۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| یکشنبه | ۳۳ | ۱۲ | ۲۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| دوشنبه | ۲۲ | ۳۱ | ۱۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | <p>(صفحه ۷۵)</p> <p>$S = 5^4$ (۰/۲۵) :تعداد کل رمزها</p> <p>$A = 4^4$ (۰/۲۵) :تعداد رمزهای فاقد ۳</p> <p>$B = 4^4$ (۰/۲۵) :تعداد رمزهای فاقد ۲</p> <p>$A \cap B = 3^4$ (۰/۲۵) :تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳</p> <p>$\bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵)</p> | | | | | | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۶ | <p>(۰/۵) $n = 12 \times 5 = 60$:تعداد حالات یکان زوج کد ملی \times تعداد ماه ها = تعداد لانه ها</p> <p>(۰/۲۵) $k+1=5 \Rightarrow k=4$:تعداد کیوتورها $n k + 1 \xrightarrow[k=4]{n=60} 60 \times 4 + 1 = 241$ (۰/۵)</p> <p>طبق تعمیم اصل لانه کیوتوری حداقل ۲۴۱ نفر مورد نیاز است. (۰/۲۵) (صفحه ۸۳)</p> | | | | | | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| جمع نمره | | | | | | | ۲۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |