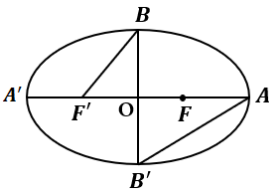
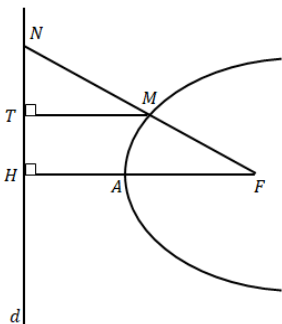


سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۰/۷۵	۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} -۳ & & \\ & ۲ & \\ & & ۲k-۱ \end{bmatrix}$ ، مقدار k برابر است. ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است. پ) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بنا می‌شود، برابر است.
۰/۷۵	۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $A_{n \times n}$ ماتریس دلخواه و I_n ماتریس همانی و $A^2 - A = I$ باشد، وارون ماتریس A ، برابر $(I - A)$ است. ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O, 2r)$ است. پ) بردار $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.
۲	۳	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2-j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ -۲ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید. ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)
۱/۲۵	۴	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = ۱ \\ 2y - x = ۱ \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.
۱/۲۵	۵	اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $ A = -۲$ ، حاصل $ A^{-1} ^3 + 2A $ را محاسبه کنید.
۱	۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x-y & ۵ \\ z & ۴ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ & 2x+y \\ -۳ & ۴ \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^2 - 2y + z$ را به دست آورید.
۱/۵	۷	نقطه‌ای A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله‌ی ۳ سانتیمتر و از d به فاصله‌ی ۴ سانتیمتر باشد. (درمورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید).
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی-فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

۸	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(۰,۱)$ بوده و با دایره $(x-۲)^2 + (y-۳)^2 = ۱۶$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x + y = ۳$ و دایره $x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{۴}{۵}$ است. نسبت مساحت مثلث $OB'F'$ به مساحت مثلث OAB' را بیابید.	۱/۵
		
۱۱	در شکل زیر، سهمی با راس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۵
		
۱۲	اگر $ \vec{a} = ۱۰$ و $ \vec{b} = ۲$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = ۱۲$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارای عمود بر دو بردار $\vec{a} = (۳, -۱, ۲)$ و $\vec{b} = (۱, ۲, -۱)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a} = (۱, -۳, ۴)$ و $\vec{b} = ۳\vec{i} - ۴\vec{j} + ۲\vec{k}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{۴}$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $۲\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲				
ردیف	راهنمای تصحیح			
	نمره			

۱	الف) $k = \frac{1}{p}$ (۰/۲۵) ص ۱۲	ب) دو خط متقاطع (۰/۲۵) ص ۳۹	پ) یک (۰/۲۵) ص ۸۲ و ص ۸۳	۰/۷۵
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۲	ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۹	پ) درست (۰/۲۵) ص ۷۵	۰/۷۵
۳	ص ۲۱ و ص ۲۸	۲ $A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2 & -1 \\ \cdot & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ الف) $A \times B = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ -5 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & -5 \end{bmatrix} \quad (۰/۷۵)$ ب) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$B = \underbrace{(-1 + 1 - 8)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{(-2 - 2 + 2)}_{(۰/۲۵)} = -6 \quad (۰/۲۵)$		
۴	ص ۲۴	۱/۲۵ $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{6-4}_{(۰/۲۵)}} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵) \quad \rightarrow \quad \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$		
۵	ص ۳۱	۱/۲۵ $ 2A + A^{-1} ^2 = \underbrace{2^2 A }_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{1}{ A ^2}}_{(۰/۵)} = \underbrace{8(-2)}_{(۰/۲۵)} + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8} \quad (۰/۲۵)$		
۶	ص ۲۰	۱ $z = -3 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \quad (۰/۵) \quad \rightarrow \quad x^2 - 2y + z = -1 \quad (۰/۲۵)$		
ادامه در صفحه دوم				

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲				
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره

۷	ص ۳۹ - مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر است. (۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است. (۰/۵) اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم. اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت. (۰/۲۵) اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد. (۰/۲۵) اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت. (۰/۲۵) (بررسی تعداد حالات با رسم شکل نیز صحیح است و نمره‌ی مربوطه لحاظ گردد.)	۱/۵
۸	ص ۴۴ (۰/۲۵) $r' = 4$ و $O'(2,3) \rightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ (۰/۲۵) $d = OO' = \sqrt{(0-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{8}$ (۰/۲۵) $ r - r' = d \rightarrow r - 4 = \sqrt{8} \rightarrow r = 4 \pm 2\sqrt{2}$ (۰/۲۵) (۰/۵) $(x-0)^2 + (y-1)^2 = (4 \pm 2\sqrt{2})^2$	۱/۵
۹	ص ۴۵ روش اول: $x + y = 3 \Rightarrow y = 3 - x$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \rightarrow x^2 + (3-x)^2 - 2(3-x) - 3 = 0$ (۰/۵) $2x^2 - 4x = 0$ دلتای معادله‌ی اخیر مثبت است (۰/۲۵) بنابراین دو ریشه متمایز دارد که طول نقاط تقاطع است. پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰/۲۵) روش دوم: (۰/۵) $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow O(0,1)$ و $r = \frac{1}{2}\sqrt{4+12} = 2$ (۰/۵) $OH = \frac{ 0+1-3 }{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2} < 2$ پس خط و دایره متقاطع‌اند. (۰/۲۵)	۱/۵
ادامه در صفحه سوم		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲				
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره

۱۰	ص ۴۸	۱/۵ $\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (0/25)$ $\frac{S_{\Delta OBF'}}{S_{\Delta OAB}} = \frac{\frac{1}{2} OB \times OF' \quad (0/25)}{\frac{1}{2} OB \times OA \quad (0/25)} = \frac{\frac{1}{2} bc \quad (0/25)}{\frac{1}{2} ba \quad (0/25)} = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (0/25)$	
۱۱	ص ۵۸	۱/۵ بنا به تعریف سهمی $MT = MF$ و لذا مثلث MFT متساوی الساقین است پس $\widehat{MTF} = \widehat{MFT} \quad (0/25)$ از طرفی FT و $FH \parallel MT$ خط مورب می باشد پس بنابر قضیه ی خطوط موازی و مورب $\widehat{MTF} = \widehat{TFH} \quad (0/25)$ از دو رابطه ی اخیر نتیجه می شود که TF نیمساز زاویه ی $\widehat{NFH}$ می باشد. $(0/25)$ با استفاده از قضیه ی نیمساز در مثلث FHN داریم: $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{\sqrt{FA}} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{\sqrt{2} NT}{TH} \quad (0/25)$ (برای اثبات با استفاده از قضیه تالس نیز نمره لحاظ گردد.)	
۱۲	ص ۸۴	۱/۵ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \quad (0/25) \quad \rightarrow \quad 12 = 10 \times 2 \times \cos \theta \quad \rightarrow \quad \cos \theta = \frac{3}{5} \quad (0/25)$ $\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \quad (0/5) \quad (\theta \text{ حاده است})$ $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta = 2 \times 10 \times \frac{4}{5} = 16 \quad (0/25)$	
۱۳	ص ۸۴	۱ $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ $\vec{a} \times \vec{b} = \underbrace{-3\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}}_{(0/25)} = (-3, 5, 7)$	
ادامه در صفحه چهارم			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲				
ردیف	راهنمای تصحیح			
	نمره			

۱۴	ص ۸۴	$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-2, 1, 2) \quad (0/5)$ $\vec{a'} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} ^2} \vec{d} = \frac{(-2-3+8)}{(-2)^2+1^2+2^2} (-2, 1, 2) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (0/25)	۱/۵
۱۵	ص ۸۴	$S = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{a} \times \vec{b} \quad (0/25)$ $S = \frac{1}{2} 0 + 2\vec{a} \times \vec{b} = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times \vec{b} = \frac{1}{2} 2\vec{a} 2\vec{b} \sin \theta = 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$ (0/25)	۱/۵
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.	