

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۱۴	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

الف) بخش الزامی

دانش آموزان عزیز به سوالات انا ۱۲ (جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید).

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر $A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار a برابر است. ب) اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند آن را یک ماتریس می نامیم. پ) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در بیضی است. ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از خواهد گذشت.	۱
۱	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی دارد. ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $A = 2$ باشد آنگاه $2A = 16$ است. پ) مکان هندسی مرکز همه دایره هایی با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج اند، دایره $C'(O, 2r)$ است. ت) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک دایره می شود.	۲
۱/۷۵	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض اند. اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل $A + B$ را محاسبه کنید.	۳
۱/۲۵	الف) اگر $A = \begin{bmatrix} A & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل A را بیابید. ب) ماتریس وارون A را حساب کنید.	۴
۱/۲۵	در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ مقدار x را بیابید.	۵
۱/۵	نقاط A, B, C و D در صفحه مفروض اند، نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).	۶
	«ادامه سوالات در صفحه دوم»	

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۱۴	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۷	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(-1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط $2x + y = 2$ وتر به طول ۴ ایجاد کند.	۱/۲۵
۸	وضعیت نقطه $A(1, -2)$ نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ را تعیین کنید.	۱
۹	قطر دایره C مانند شکل، قطر بزرگ بیضی است و از کانون F عمودی بر AA' رسم کرده‌ایم تا دایره را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.	۱
۱۰	در بیضی مقابل طول قطر بزرگ $\sqrt{2}$ برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه $\widehat{FBF'}$ چند درجه است؟	۱/۵
۱۱	اگر در یک بیضی طول قطر کوچک ۲۴ و فاصله کانون تا مرکز آن برابر ۵ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۱
۱۲	الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی $x^2 - 4y + 8x = 0$ را به دست آورید، ب) نمودار سهمی را با استفاده از نقاط کمکی رسم کنید.	۲/۵

ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۳ تا ۱۶ فقط ۲ سؤال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳	الف) حدود m را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ دارای جواب منحصر به فرد باشد. ب) جواب دستگاه مذکور را به ازای $m = 2$ با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.	۲
«ادامه سوالات در صفحه سوم»		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۱۴	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

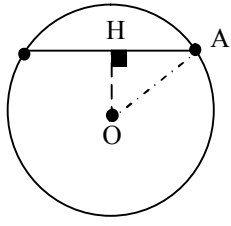
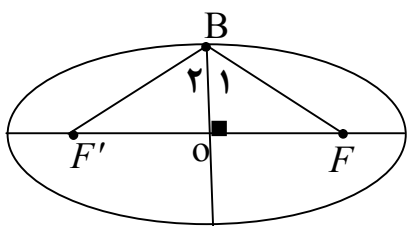
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱۴	سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ دایره‌ای رسم می‌کنیم، مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۲
۱۵	دو بردار $\vec{a} = (3, -2, 1)$ ، $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ را در نظر بگیرید. الف) بردار $\vec{a}$ در کدام ناحیه از فضای $\mathbb{R}^3$ واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود). ب) طول بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ را حساب کنید. پ) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را پیدا کنید.	۲
۱۶	بردارهای $\vec{a} = (-2, 0, 2)$ و $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$ را در نظر بگیرید. الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب) تصویر قائم بردار $\vec{a} + \vec{b}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به دست آورید.	۲
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره ۲۴

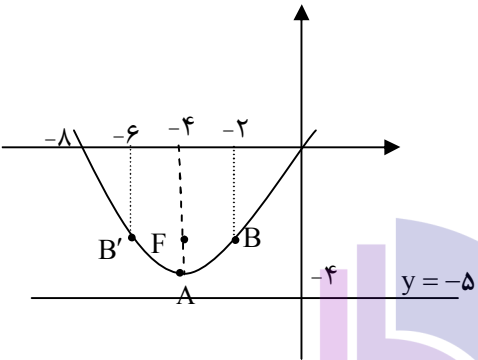
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۱۴		
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ۶- (۰/۲۵) (ب) اسکالر (۰/۲۵) بخش الف) الزامی پ) بیرون (۰/۲۵) (ت) کانون سهمی (۰/۲۵)	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (پ) درست (۰/۲۵) (ت) نادرست (۰/۲۵)	۱
۳	$\begin{cases} m-2=0 \rightarrow m=2 \quad (0/25) \\ n+1=0 \rightarrow n=-1 \quad (0/25) \end{cases}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-/25)} B = 2(-1) - 1(7) + 1(-2) = -11 \quad (0/5) \quad , A = 2 \quad (0/25)$ $ A + B = 2 + (-11) = -9 \quad (0/25)$	۱/۷۵
۴	الف) (ب) ماتریس A وارون پذیر است و وارون آن برابر است با: $A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \quad (0/5)$ $ A = 5 \quad A - 24 \xrightarrow{(-/5)} A = 6 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۵	$\begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 2+x & 4+2x \end{bmatrix}}_{(0/5)} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4+2x & 4+2x \end{bmatrix}}_{(0/5)} = 0 \rightarrow x = -2 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۶	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است این خط را d می نامیم (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C و D به یک فاصله باشد، عمود منصف پاره خط CD است این خط را d' می نامیم (۰/۲۵) بنابراین نقطه برخورد خطوط d و d' جواب مسئله است. (نقطه E) (۰/۲۵) اگر خطوط d و d' متقاطع باشند مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵) اگر خطوط d و d' منطبق باشند مسئله بی شمار جواب دارد. (۰/۲۵) اگر خطوط d و d' موازی باشند مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵)	۱/۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۱۴		
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$OH = \frac{ 2(-1) + 1(-1) - 2 }{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \quad (۰/۲۵)$ $\Delta AOH (H=90^\circ): OH^2 + AH^2 = OA^2 \longrightarrow (\sqrt{5})^2 + 2^2 = r^2 \quad (۰/۲۵)$ $r = 3 \quad (۰/۲۵) \longrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9 \quad (۰/۲۵)$ 	۱/۲۵
۸	مرکز وشعاع دایره را به دست می آوریم $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \rightarrow O(1, -1), \quad r = \sqrt{2} \quad (۰/۵)$ $OA = 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow OA < r$ نقطه داخل دایره قرار دارد. (۰/۲۵)	۱
۹	$OM = OA = a \quad (۰/۲۵)$ $\Delta OMF: OF^2 + MF^2 = OM^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} c^2 + MF^2 = a^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} MF = b \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۰	$2a = \sqrt{2} (2b) \rightarrow a = b\sqrt{2} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \cos B_1 = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{b\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow B_1 = 45^\circ \quad (۰/۲۵)$ $\angle FBF' = 2 \times 45 = 90^\circ \quad (۰/۲۵)$ 	۱/۵
۱۱	$2b = 24, \quad b = 12, \quad c = 5 \xrightarrow{(۰/۲۵)} a^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow a = 13 \quad (۰/۲۵), \quad \frac{c}{a} = \frac{5}{13} \quad (۰/۲۵)$	۱
	« ادامه در صفحه سوم »	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۱۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۹	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	الف) فرم استاندارد سهمی به صورت $(x+4)^2 = 4(y+4)$ است (۰/۵) سهمی قائم و دهانه آن رو به بالا باز می شود. (۰/۲۵) راس سهمی نقطه $A(-4, -4)$ است (۰/۲۵) و $a = 1$ (۰/۲۵)، مختصات کانون آن نقطه $F(-4, -4+1) = (-4, -3)$ است (۰/۲۵). معادله خط هادی سهمی به صورت $y = -4 - 1 = -5$ است (۰/۲۵). ب) نقاط کمکی $B(-2, -3)$ و $B'(-6, -3)$ (۰/۵) رسم سهمی با استفاده از نقاط کمکی (۰/۲۵) 	۲/۵
	بخش انتخابی	
۱۳	الف) $\frac{2m}{2} \neq \frac{3}{-1} \rightarrow m \neq -3$ (۰/۲۵) $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow A = -10 \neq 0$, (۰/۲۵), $A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) ب) $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ (۰/۵)	۲
۱۴	$y^2 = 4(x-1) \rightarrow S(1, 0)$ (۰/۲۵), $F(2, 0)$ (۰/۲۵) $(x-2)^2 + y^2 = 9$ (۰/۲۵), $\begin{cases} y^2 = 4x - 4 \\ y^2 = -x^2 + 4x + 5 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} x=3 \text{ ق ق} \\ x=-3 \text{ غ ق} \end{cases}$ (۰/۲۵) $M(3, 2\sqrt{2})$, $M'(3, -2\sqrt{2})$ (۰/۵)	۲
	« ادامه در صفحه چهارم »	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۱۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۹	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۲	الف) بردار $\vec{a}$ در ناحیه چهارم (۰/۵) $\vec{a} + 2\vec{b} = (3, -2, 1) + 2(-2, 1, -1) = (-1, 0, -1)$ (۰/۵) ب) $\vec{a} + 2\vec{b} = \sqrt{2}$ (۰/۲۵) پ) ضرب خارجی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر آنها عمود است (۰/۲۵) $\vec{a} \times \vec{b} = (1, 1, -1)$ (۰/۵)		۱۵
۲	$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2, 0, 2) \cdot (0, 2, 2) = 4$ (۰/۲۵) $\vec{a} = \vec{b} = 2\sqrt{2}$ (۰/۲۵) الف) $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \theta = 60^\circ$ (۰/۲۵) $\vec{a} + \vec{b} = (-2, 0, 2) + (0, 2, 2) = (-2, 2, 4)$ (۰/۲۵) ب) $(\vec{a} + \vec{b})' = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{12}{8} (0, 2, 2) = (0, 3, 3)$ (۰/۵)		۱۶
۲۴	" مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "		