

# آکادمی آموزشی کهکشان

با اسمه تعالیٰ

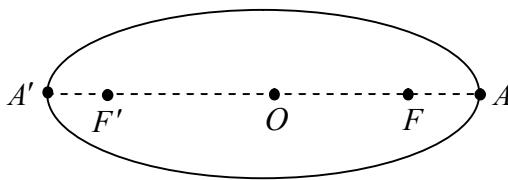
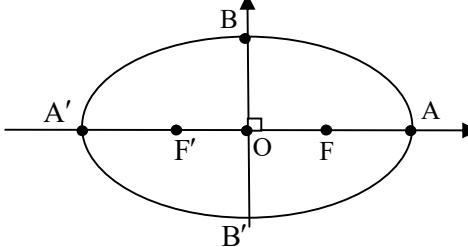
|  |                          |                   |                                  |
|--|--------------------------|-------------------|----------------------------------|
| ساعت شروع: ۸ صبح   | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹ | تعداد صفحه: ۳     | سوالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| نام و نام خانوادگی:  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه    | رشته: ریاضی فیزیک | پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه    |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |                          |                   |                                  |

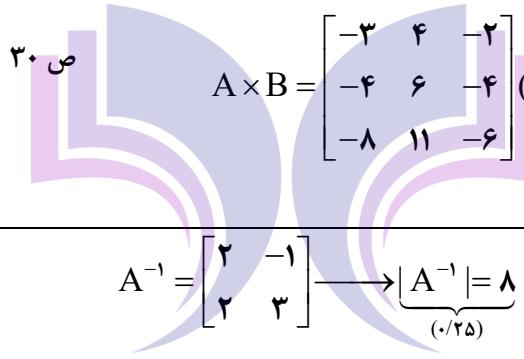
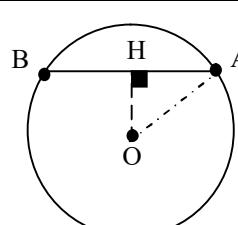
| ردیف | نمره | سوالات (پاسخ نامه دارد) |
|------|------|-------------------------|
|------|------|-------------------------|

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

|      |  |   |
|------|--|---|
| ۱    | <p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) ماتریس مربعی که همه درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس .....گویند.</p> <p>(ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.</p> <p>(پ) در حالتی که <math>\frac{c}{a} = 1</math> بیضی به یک ..... تبدیل می شود.</p> <p>(ت) بردار <math>\bar{k} = 2\bar{j} - \bar{a}</math> در فضا سه بعدی بر صفحه مختصات سه بعدی ..... منطبق است. (xoz , yoz, xoy )</p>   | ۱ |
| ۱    | <p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر A و B دو ماتریس <math>3 \times 3</math> دلخواه باشند آنگاه عبارت <math>(A + B)^T = A^T + 2AB + B^T</math> همواره برقرار است.</p> <p>(ب) اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است.</p> <p>(پ) نقطه (۳,-۲) روی دایره <math>x^2 + y^2 + 2x = 0</math> قرار دارد.</p> <p>(ت) برای سه بردار <math>\bar{i}</math> و <math>\bar{j}</math> و <math>\bar{k}</math> به طول های واحد روی محورهای مختصات در <math>\mathbb{R}^3</math>، داریم: <math>\bar{i} \times \bar{j} = \bar{k}</math>.</p> | ۲ |
| ۱/۵  | <p>اگر <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math>، <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math> باشد مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد.</p>   | ۳ |
| ۱/۷۵ | <p>دو ماتریس <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 0 \\ -2 &amp; 3 &amp; -2 \end{bmatrix}</math>، <math>A = \begin{bmatrix} -1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 \\ -2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> در نظر بگیرید</p> <p>(الف) آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می شود؟ چرا؟</p> <p>(ب) حاصل <math> A \times B </math> را به دست آورید.</p>   | ۴ |
| ۱    | <p>ماتریس <math>A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 &amp; -1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> مفروض است، ماتریس A را به دست آورید.</p>   | ۵ |
| ۱/۲۵ | <p>مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی <math>\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}</math> جواب نداشته باشد.</p>   | ۶ |
| ۱/۵  | <p>معادله دایره ای را بنویسید که مرکزان آن بوده و روی خط به معادله <math>x + y = 2</math> وتری به طول <math>2\sqrt{2}</math> جدا کند.</p>  | ۷ |
|      | ادامه سوالات در صفحه دوم»  |   |

|  |                          |                   |                                  |
|--|--------------------------|-------------------|----------------------------------|
| ساعت شروع: ۸ صبح   | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹ | تعداد صفحه: ۳     | سوالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| نام و نام خانوادگی:  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه    | رشته: ریاضی فیزیک | پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه    |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |                          |                   |                                  |

| ردیف | نمره | سوالات (پاسخ نامه دارد)   |
|------|------|---|
| ۸    | ۱    | در نقطه A روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر آن رسم کرده‌ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.   |
| ۹    | ۱/۲۵ |  <p>در بیضی روبرو نقاط <math>A', A</math> دو سر قطر بزرگ و نقاط <math>F', F</math> کانون‌های بیضی هستند ثابت کنید: <math>A'F' = AF</math>.</p>                                   |
| ۱۰   | ۱/۲۵ |  <p>در بیضی مقابل، طول قطر کوچک <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math> طول قطر بزرگ است.<br/>اندازه زاویه <math>F'BF</math> را به دست آورید.</p>  |
| ۱۱   | ۲    | <p>سهمی به معادله <math>y^2 - 2y + 8x + 9 = 0</math> را در نظر بگیرید:<br/>         الف) مختصات راس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.<br/>         ب) نمودار سهمی را رسم کنید.</p>  |
| ۱۲   | ۲    | <p>نقطه A به طول ۲ روی محور X ها و نقطه B روی صفحه XOZ به طول ۱ و ارتفاع ۳ در فضای سه بعدی مفروض اند.<br/>         الف) مختصات نقاط A و B را مشخص کنید.<br/>         ب) طول پاره خط AB را محاسبه کنید.<br/>         پ) مختصات وسط پاره خط AB را به دست آورید.</p> |
| ۱۳   | ۱/۲۵ | تصویر قائم بردار $(2, -1, 2) = \vec{a}$ را بر امتداد بردار $(1, 0, -1) = \vec{b}$ بیابید.   |
| ۱۴   | ۱/۲۵ | بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به طول های ۳ و $2\sqrt{6}$ و $ \vec{a} \times \vec{b}  = 72$ مفروضاند. اگر زاویه بین دو<br>بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کمتر از $90^\circ$ باشد مقدار ضرب داخلی دو بردار را به دست آورید.   |
| ۱۵   | ۱    | مقدار m را طوری تعیین کنید که سه بردار $\vec{c} = (1, -2, 3)$ , $\vec{b} = (0, m, -1)$ , $\vec{a} = (2, -1, 3)$ در یک صفحه باشند.   |
|      | ۲۰   | موفق و سر بلند باشید .  |

| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه         | ساعت شروع: ۸ صبح  | رشته: ریاضی فیزیک  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
|-------------------------------|---|--|---|
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹       |   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |   | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسرا سرکشی شهریور ماه سال ۱۴۰۰   |   |
| ردیف                          | نمره  | راهنمای تصحیح  |   |
| ۱                             | ۷۳ ص  | الف) قطری ( $0/25$ ) ص ۱۲ ب) مشترک ( $0/25$ ) ص ۴۹ ت) $yoz$ پاره خط ( $0/25$ ) ص ۳۶  | ۱                                       |
| ۱                             | ۳۹ ص<br>۸۱ ص  | الف) نادرست ( $0/25$ )<br>ب) نادرست ( $0/25$ )<br>ت) درست ( $0/25$ )   | ۲                                       |
| ۱/۵                           | $A \times B = \begin{bmatrix} ۴ & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۳ & -۲b-۲ \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -۸+۲a=۰ \xrightarrow{(. / ۲۵)} a=۴ (۰/25) \\ b-۳=۰ \xrightarrow{(. / ۲۵)} b=۳ (۰/25) \end{cases}$ | ۳  |   |
| ۱/۷۵                          | ۱۳ ص  | الف) خیر ( $0/25$ ) - زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند. ( $0/5$ )<br><br>   | ۴                                       |
| ۱                             | ۲۳ ص  | $A^{-1} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix} \xrightarrow{(. / ۲۵)}  A^{-1}  = \lambda$ , $A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ -۲ & ۲ \end{bmatrix} \xrightarrow{(. / ۵)}$   | ۵                                       |
| ۱/۲۵                          | $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \xrightarrow{(. / ۲۵)} \frac{۲}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{۱}{۳} \xrightarrow{(. / ۲۵)} m(m-1) = ۲ \xrightarrow{(. / ۲۵)} \begin{cases} m=-1 (۰/5) \\ m=2 \end{cases}$  | ۶  |   |
| ۱/۵                           | ۴۳ ص  | از مرکز دایره بر وتر عمود می کنیم عمود OH و تر AB را نصف می کند.<br><br><br>$OH = \frac{ x + y - 2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{ 0+1-2 }{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (۰/5)$<br>$OA^r = OH^r + AH^r \xrightarrow{(. / ۲۵)} OA^r = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^r + \left(\sqrt{2}\right)^r = \frac{10}{4} = R^r$<br>$(x-o)^r + (y-1)^r = \frac{10}{4} (۰/25)$ | ۷                                       |
|                               |   | « ادامه در صفحه دوم »  |   |

|                               |                  |  |   |
|-------------------------------|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه         | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹       |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه   |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی |                  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰ |   |

| ردیف | راهنمای تصحیح   | نمره |
|------|---|------|
| ۸    | مرکز دایره برابر است با $m_{AO} = \frac{3-1}{2-1} = 2$ (۰/۲۵) شیب خط عمود بر دایره در نقطه A(۲, ۳) برابر است با: $m' = -\frac{1}{m_{OA}} = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) شیب خط مماس بر دایره در نقطه A(۲, ۳) قرینه و بر عکس شیب خط عمود است $y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2)$ (۰/۲۵) معادله خط مماس بر دایره برابر است با: (۰/۲۵) | ۱    |
| ۹    | نقطه A', A روی بیضی قرار دارند بنابر تعريف بیضی داریم $AF' + AF = 2a$ و $A'F' + AF = 2a$ (۰/۵) نتیجه $AF' + A'F = AF + AF'$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} A'F' + (A'F' + FF') = AF + (AF + FF')$ $\xrightarrow{(۰/۵)} AF = A'F'$ می گیریم:  | ۱/۲۵ |
| ۱۰   | در مثلث BOF داریم: $\cos OBF = \frac{BO}{BF}$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} \cos OBF = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} OBF = 30^\circ$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(۰/۲۵)} F'BF = 2OBF = 60^\circ$ (۰/۲۵)  | ۱/۲۵ |
| ۱۱   | (الف) $y^2 - 2y + 1 = -8x - 9 + 1 \rightarrow (y-1)^2 = -8(x+1) \xrightarrow{(۰/۵)} A = (-1, 1), a = 2$ (۰/۵)<br>F(-3, 1) (۰/۲۵), x = 1 (۰/۲۵)<br>ص ۵۵<br>(ب) رسم سه‌می (۰/۵)   | ۲    |
| ۱۲   | (الف) $A = (2, 0, 0)$ (۰/۲۵), $B = (1, 0, 3)$ (۰/۲۵)<br>(ب) $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$ (۰/۲۵)<br>$M = \left(\frac{2+1}{2}, \frac{0+0}{2}, \frac{0+3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}\right)$ (۰/۲۵)<br>ص ۷۶ و ۷۷   | ۲    |
|      | «ادامه در صفحه سوم»   |      |

|   |                  |                              |   |
|---|------------------|------------------------------|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه   | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک            | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹   |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰ |                  |                              |   |

| ردیف | راهنمای تصحیح  | نمره        |
|------|--|-------------|
| ۱۳   | $\vec{a} \cdot \vec{b} = ۲ \times ۱ + (-۱)(-۱) + ۲ \times ۰ = ۳ \quad (۰/۲۵)$ , $ \vec{b}  = \sqrt{۱^۲ + (-۱)^۲ + ۰^۲} = \sqrt{۲} \quad (۰/۲۵)$<br>$a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^۲} \vec{b} = \frac{۳}{۲}(1, -1, ۰) = \left(\frac{۳}{۲}, -\frac{۳}{۲}, ۰\right) \quad (۰/۲۵)$   | ۱/۲۵        |
| ۱۴   | روش اول:<br>$ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta \xrightarrow{(۰/۲۵)} \sin \theta = \frac{۷۲}{۳ \times ۲۶} = \frac{۱۲}{۱۳} \quad (۰/۲۵) \longrightarrow \cos \theta = \pm \frac{۵}{۱۳} \quad (۰/۲۵)$<br>$\xrightarrow{\theta < ۹۰^\circ} \cos \theta = \frac{۵}{۱۳} \quad (۰/۲۵) \longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta = ۳۰ \quad (۰/۲۵)$<br>روش دوم:<br>$ \vec{a} \times \vec{b} ^۲ + (\vec{a} \cdot \vec{b})^۲ =  \vec{a} ^۲  \vec{b} ^۲ \xrightarrow{(۰/۲۵)} ۷۲^۲ + (\vec{a} \cdot \vec{b})^۲ = ۳^۲ \times ۲۶^۲ \quad (۰/۲۵)$<br>$(\vec{a} \cdot \vec{b})^۲ = ۹۰۰ \xrightarrow{(۰/۲۵)} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = \pm ۳۰ \xrightarrow{\theta < ۹۰^\circ} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = ۳۰ \quad (۰/۲۵)$ | ۱/۲۵        |
| ۱۵   | $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = ۰ \xrightarrow{(۰/۲۵)} (۰, m, -1) \cdot ((۳, -۳, -۳)) = ۰$<br>$\xrightarrow{(۰/۲۵)} -۳m + ۳ = ۰ \xrightarrow{(۰/۲۵)} m = ۱ \quad (۰/۲۵)$   | ۱           |
|      | موفق و سر بلند باشد  | ۲۰ جمع نمره |

"مصحح گرامی، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"