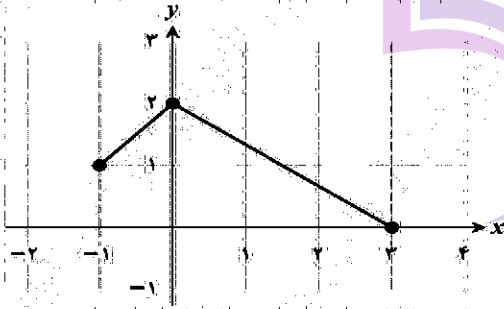
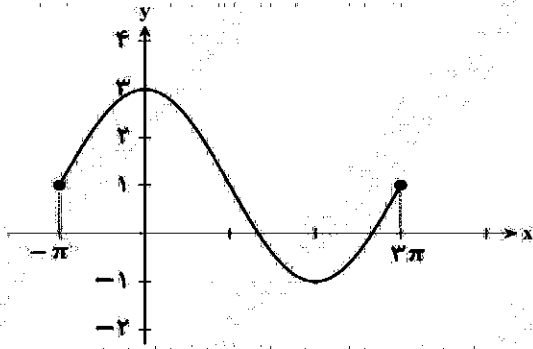
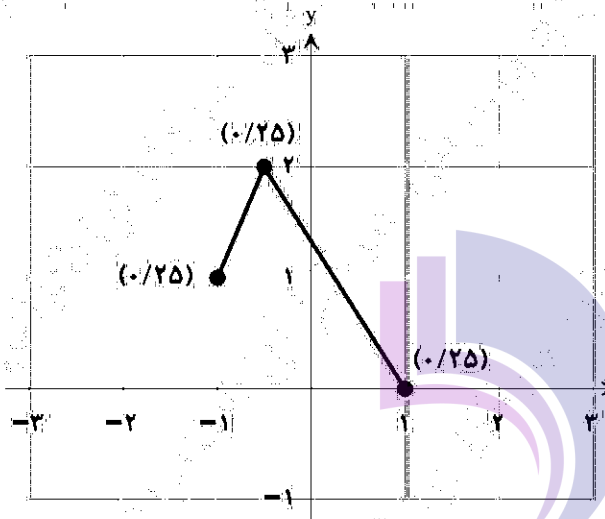
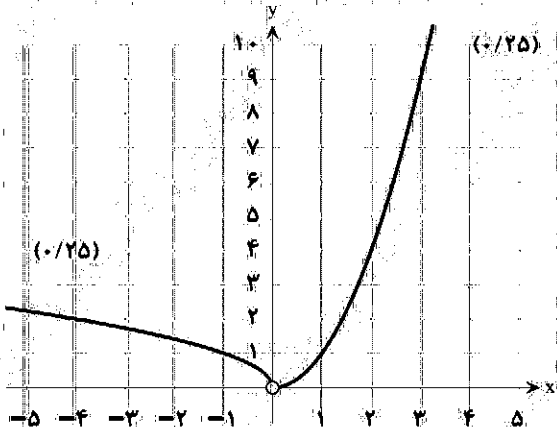



| سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲   |   | تعداد صفحه: ۲ | رشته:               | ریاضی و فیزیک        | ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح |
|--|---|---------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| دوازدهم  |   | تاریخ آزمون:  | نام و نام خانوادگی: | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |                     |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ |   |               |                     |                      |                     |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.ir                                   |   |               |                     |                      |                     |
| ردیف   | سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.  |               |                     |                      |                     |
| ۱  | <p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>n</math> عدد طبیعی زوج و <math>a</math> عدد حقیقی باشد، آنگاه چندجمله‌ای <math>x^n + a^n</math> بر <math>x + a</math> بخش پذیر است.</p> <p>ب) تابع <math>y = \tan x</math> در مجموعه <math>[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] - \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\}</math> اکیداً صعودی است.</p> <p>پ) خط <math>x = 2</math> مماس قائم بر منحنی تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x-2}</math> در نقطه <math>(2, 0)</math> است.</p>                   |               |                     |                      |                     |
| ۲  | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر نمودار تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math> را در راستای محور <math>x</math> ها، دو واحد به سمت چپ انتقال دهیم و آن را <math>g(x)</math> بنامیم. آنگاه نمودار تابع <math>g^{-1}(x)</math> از ناحیه ..... محورهای مختصات نمی گذرد.</p> <p>ب) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}</math> برابر ..... است.</p> <p>پ) اگر <math>f(x) = x^3 + 4x^2 - 1</math> باشد، حاصل <math>f'''(-1)</math> برابر ..... است.</p> |               |                     |                      |                     |
| ۳  | <p>الف) اگر نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر باشد، نمودار تابع <math>y = f(2x+1)</math> را به کمک آن رسم کنید.</p>  <p>ب) اگر دامنه تابع <math>g</math> بازه <math>[-2, 4]</math> باشد، آنگاه دامنه تابع <math>k(x) = 2g(-2x)</math> را به دست آورید.</p>  |               |                     |                      |                     |
| ۴  | <p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} &amp; x &lt; 0 \\ x^2 &amp; x &gt; 0 \end{cases}</math> را رسم کنید. بزرگترین بازه‌ای که این تابع در آن اکیداً صعودی است را بنویسید.</p>  |               |                     |                      |                     |
| ۵  | <p>اگر چندجمله‌ای <math>p(x) = x^3 + kx^2 + 2</math> بر <math>x - k</math> بخش پذیر باشد، مقدار <math>k</math> را بیابید.</p>   |               |                     |                      |                     |
| ۶  | <p>نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه <math>y = a \cos(bx) + c</math> است. اگر <math>b &lt; 0</math> باشد، مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورید. (راه حل نوشته شود).</p>    |               |                     |                      |                     |

|  |  |                     |                      |
|--|--|---------------------|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲   | تعداد صفحه: ۲  | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح  |
| دوازدهم  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵  | نام و نام خانوادگی: | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ |  |                     |                      |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.ir                                   |  |                     |                      |
| ردیف   | سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.   |                     |                      |
| نمره   |  |                     |                      |
| ۷  | معادله مثلثاتی $\tan 5x = \tan x$ را حل کنید. سپس جواب‌هایی از آن را که در بازه $[0, \frac{\pi}{4}]$ قرار دارند، مشخص کنید.  |                     |                      |
| ۸  | <p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{(x-3)^2}</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x^2}{-x^3  x  - 2}</math></p>   |                     |                      |
| ۹  | مجانِب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$ را در صورت وجود به‌دست آورید. سپس وضعیت نمودار تابع $f$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.   |                     |                      |
| ۱۰   | اگر $f(2) = 7$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{2x - 4} = 5$ باشد، مشتق تابع $g(x) = x f(x)$ را در $x = 2$ به‌دست آورید.   |                     |                      |
| ۱۱   | اگر $f(x) =  x (x-2)$ باشد. به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.  |                     |                      |
| ۱۲   | <p>مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>الف) <math>f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - 6x + 1}</math>      ب) <math>g(x) = 2 \tan x + \cos^5(2x^3)</math></p>   |                     |                      |
| ۱۳   | <p>تابع <math>f(x) = 7\sqrt{x} + 50</math> قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن <math>x</math> مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است.</p> <p>الف) آهنگ متوسط رشد در بازه <math>[0, 25]</math> را به‌دست آورید.</p> <p>ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد کودک در ۴۹ ماهگی را به‌دست آورید.</p> |                     |                      |
| ۱۴   | نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را در بازه $[-1, 3]$ در صورت وجود بیابید.  |                     |                      |
| ۱۵   | اگر $f(x) = ax^2 + 3x^2 + 1$ باشد، مقدار $a$ را طوری بیابید که $x = \frac{1}{4}$ طول نقطه عطف نمودار تابع باشد.  |                     |                      |
| ۱۶   | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید.  |                     |                      |
| ۲  | موفق باشید.  |                     |                      |

| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲  |      | رشته: ریاضی و فیزیک   | دوازدهم                 |                     |
|--|------|---|-------------------------|---------------------|
| نمره   | ردیف | راهنمای تصحیح   | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵ | ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ |      | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.ir  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه    |                     |
| ۰.۷۵   | ۱    | الف) نادرست (۰/۲۵)      ب) نادرست (۰/۲۵)      پ) درست (۰/۲۵)<br>(به ترتیب صفحه‌های ۲۰، ۳۲ و ۸۹)   |                         |                     |
| ۰.۷۵   | ۲    | الف) دوم (۰/۲۵)      ب) صفر (یا ۰) (۰/۲۵)      پ) ۲ (۰/۲۵)<br>(به ترتیب صفحه‌های ۱۴، ۵۳ و ۹۸)   |                         |                     |
| ۱.۵  | ۳    | الف) ابتدا نقاط مشخص شده در نمودار $f$ را در راستای محور طول‌ها یک واحد به سمت چپ منتقل کرده، سپس طول آن‌ها را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. یا (نقاط با استفاده از محاسبه به دست آورده شود) (۰/۲۵)<br><br>ب) $D_k = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ (۰/۲۵) & (۰/۲۵) \end{bmatrix}$ (صفحه ۱۰) |                         |                     |
| ۰.۷۵   | ۴    | در بازه $(۰, +\infty)$ اکیداً صعودی است. (۰/۲۵) (صفحه ۱۸)<br>  |                         |                     |
| ۰.۷۵   | ۵    | $\underbrace{x - k = 0 \rightarrow x = k}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{p(k) = 0 \rightarrow k^3 + k^3 + 2 = 0}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \underbrace{k^3 = -1 \rightarrow k = -1}_{(۰/۲۵)}$<br>به پاسخ درست که از طریق تقسیم چندجمله‌ای بر دوجمله‌ای حاصل شود، به تناسب بارم، نمره تعلق گیرد. (صفحه ۱۹)  |                         |                     |

| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲  |   | رشته: ریاضی و فیزیک  |
|--|---|--|
| دوازدهم  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵   | ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح  |
| مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه   |   | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.ir |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ |   |  |
| ردیف   | راهنمای تصحیح   | نمره   |
| ۶  | <p><b>روش اول:</b></p> $\begin{cases}  a  + c = 3 \quad (0/25) \\ - a  + c = -1 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \quad (0/25) \\  a  = 2 \Rightarrow a = 2 \quad (0/25) \end{cases}$ $T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow  b  = \frac{1}{4} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{4} \quad (0/25)$ <p><b>روش دوم:</b></p> $\begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \quad (0/25) \rightarrow c = 1 \quad (0/25) \\  a  = \frac{\max - \min}{2} \quad (0/25) \rightarrow  a  = 2 \rightarrow a = 2 \quad (0/25) \end{cases}$ $T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow  b  = \frac{1}{4} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{4} \quad (0/25)$ <p>(صفحه ۲۸)</p> | ۱.۵  |
| ۷  | $\Delta x = k\pi + x \quad (0/25) \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} \quad (0/25)$ <p><math>(k \in \mathbb{Z}, k \neq 4q + 2, q \in \mathbb{Z})</math> یا اشاره شود که (جواب‌هایی قابل قبول هستند که باقی‌مانده عدد صحیح <math>k</math> بر ۴ برابر ۲ نباشد). <math>(0/25)</math></p> $k = 0 \rightarrow x = 0 \quad (0/25), \quad k = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \quad (0/25)$ <p>(صفحه ۴۲)</p>  | ۱.۲۵   |
| ۸  | <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{(x-3)^2} = \frac{4}{0^+} = +\infty \quad (0/25) \quad (53 \text{ صفحه})</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{-x^3(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^4} = 0 \quad (0/25) \quad (69 \text{ صفحه})</math></p>   | ۱  |
| ۹  | <p>در تابع <math>f(x) = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)}</math>، خط <math>x = 3</math> شرایط مجانب قائم را ندارد. <math>(\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{6})</math></p> $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$ <p><math>x = -3</math> مجانب قائم منحنی تابع <math>f</math> است. <math>(0/25)</math></p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = 0 \Rightarrow y = 0 \quad \text{مجانب افقی} \quad (0/25)$ <p>رسم نمودار <math>(0/5)</math></p> <p>(صفحه ۵۸ و ۶۸)</p>   | ۱.۲۵   |

| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲  |  | رشته: ریاضی و فیزیک  |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
|--|--|----------------------|-----|---|---|----|---|---|--|---|----|---|-----|-----|
| دوازدهم  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵  | ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح  |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.ir                                   |  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ |  |                      |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| ردیف   | راهنمای تصحیح  | نمره                 |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| ۱۰   | $\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{1}{2} f'(2) = 5 \quad (0/25) \Rightarrow f'(2) = 10 \quad (0/25)$ <p>(صفحه ۷۹ و ۹۴)</p> $g'(x) = 1 \times f(x) + x \times f'(x) \Rightarrow g'(2) = 1 \times 7 + 2 \times 10 = 27 \quad (0/25)$  | ۱                    |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| ۱۱   | $f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{ x (x-2) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \begin{cases} f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x(x-2) - \cdot}{x} = +2 \quad (0/25) \\ f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x(x-2) - \cdot}{x} = -2 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>چون <math>f'_-(\cdot) \neq f'_+(\cdot)</math>، لذا تابع <math>f</math> در <math>x = 0</math> مشتق پذیر نیست. (صفحه ۸۶) (۰/۲۵)</p>  | ۱                    |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| ۱۲   | $f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}} (x^3 - 6x + 1) - (3x^2 - 6)\sqrt{x+1}}{(x^3 - 6x + 1)^2} \quad (0/25)$ <p>الف)</p> $g'(x) = \frac{2(1 + \tan^2 x) + (5)(6x^2)(-\sin(2x^3)) \cos^5(2x^3)}{(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)} \quad (0/25)$ <p>ب) (صفحه ۱۰۱)</p>  | ۲.۲۵                 |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| ۱۳   | $\frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{85 - 50}{25} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5} \quad (0/25)$ <p>الف)</p> $f'(x) = 7 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \xrightarrow{x=49} f'(49) = \frac{1}{2} \quad (0/25)$ <p>ب) (صفحه ۱۰۵)</p>   | ۱.۲۵                 |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| ۱۴   | $f'(x) = 3x^2 - 12x \xrightarrow{f'=0} 3x(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \notin [-1, 3] \end{cases} \quad (0/25)$ <p>رسم جدول (۰/۲۵)</p> <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>f'</td><td>+</td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>f</td><td>-7</td><td>0</td><td>-27</td></tr></table> <p>(۰/۲۵)</p> <p>(۰,۰) نقطهٔ ماکزیمم نسبی (۰/۲۵)، (۰,۰) نقطهٔ ماکزیمم مطلق (۰/۲۵) و (۳, -۲۷) نقطهٔ مینیمم مطلق (۰/۲۵) این تابع در بازه <math>[-1, 3]</math> است. (صفحه ۱۲۵)</p> | x                    | -1  | 0 | 3 | f' | + | - |  | f | -7 | 0 | -27 | ۱.۵ |
| x  | -1   | 0                    | 3   |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| f'   | +  | -                    |     |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |
| f  | -7   | 0                    | -27 |   |   |    |   |   |  |   |    |   |     |     |

| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲  |  | رشته: ریاضی و فیزیک  |           |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
|--|--|--|-----------|------|-----------|---------|---|--|---|----------|---|--|---|--------|-----|-----------|-----------|---|
| دوازدهم  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵  | ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح  |           |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
| مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه   |  | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>azmoon.medu.ir |           |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳ |  |  |           |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
| ردیف   | راهنمای تصحیح  | نمره   |           |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
| ۱۵   | $f'(x) = 2ax^2 + 6x(0/25) \rightarrow f''(x) = 2ax + 6(0/25)$ $\frac{x=1}{2} \rightarrow 2a + 6 = 0(0/25) \rightarrow a = -2(0/25)$ <p>(صفحه ۱۳۶)</p>  | ۱  |           |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
| ۱۶   | $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}, \quad D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \quad f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}, \quad x \neq -1$ <p>(۰/۲۵)</p> $f''(x) = \frac{-6}{(x+1)^3}, \quad x \neq -1$ <p>(۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ <p>(۰/۲۵) مجانب افقی <math>y = 2</math></p> $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ <p>(۰/۲۵) مجانب قائم <math>x = -1</math></p> $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$ <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td><math>f''(x)</math></td><td>+</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>2</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>-\infty</math></td></tr></table> <p>(۰/۵)</p> <p>(۰/۵)</p> | $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ | $f'(x)$ | + |  | + | $f''(x)$ | + |  | - | $f(x)$ | $2$ | $+\infty$ | $-\infty$ | ۲ |
| $x$  | $-\infty$  | $-1$   | $+\infty$ |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
| $f'(x)$  | +  |  | +         |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
| $f''(x)$   | +  |  | -         |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |
| $f(x)$   | $2$  | $+\infty$  | $-\infty$ |      |           |         |   |  |   |          |   |  |   |        |     |           |           |   |